***Синтез комбінаційних схем***

***Вступ***

*Дана система 4-х перемикальних функцій*

*Таблиця істинності системи перемикальних функцій*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№* | *x4* | *x3* | *x2* | *x1* | *f1* | *f2* | *f3* | *f4* |
| *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* |
| *1* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* | *1* |
| *2* | *0* | *0* | *1* | *0* | *1* | *1* | *1* | *1* |
| *3* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* |
| *4* | *0* | *1* | *0* | *0* | *-* | *0* | *1* | *0* |
| *5* | *0* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* |
| *6* | *0* | *1* | *1* | *0* | *1* | *-* | *-* | *0* |
| *7* | *0* | *1* | *1* | *1* | *-* | *-* | *1* | *0* |
| *8* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *1* |
| *9* | *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* |
| *10* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* | *0* |
| *11* | *1* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* | *0* | *0* |
| *12* | *1* | *1* | *0* | *0* | *1* | *-* | *1* | *1* |
| *13* | *1* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* |
| *14* | *1* | *1* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *1* |
| *15* | *1* | *1* | *1* | *1* | *1* | *1* | *1* | *1* |

***Представлення функції f4 в канонічній формі алгебри Буля***

*Алгебра Буля { І, АБО, НЕ } :*

*f4дднф = 1 v 2 v 3 v 8 v 9 v 12 v 13 v 14 v 15*

*f4дднф = () v () v () v () v () v*

*v () v () v () v ()*

*f4дкнф = 0 v 4 v 5 v 6 v 7 v 10 v 11*

*f4дкнф = () () () () () () ()*

***Представлення функції f4 в канонічній формі алгебри Шеффера***

***Алгебра Шеффера (І-НЕ).*** *Одержуємо з ДДНФ шляхом застосування правила Де-Моргана:*

*f4дднф = () v () v () v () v () v*

*v () v () v () v () =*

*=*

***Представлення фукції f4 в канонічній формі алгебри Пірса***

*Алгебра Пірса {АБО-НЕ}. Отримується із ДКНФ із застосуванням правила де Моргана і аксіоми = х↑х*

*f4дкнф = () () () () () () () =*

*= (x4↑x3 ↑x2 ↑x1) ↑ (x4↑(x3↑x3)↑x2 ↑x1) ↑(x4↑(x3↑x3)↑x2↑x1) ↑*

*↑(x4↑(x3↑x3)↑(x2↑x2)↑x1) ↑(x4↑(x3↑x3) ↑(x2↑x2)↑(x1↑x1)) ↑*

*↑((x4↑x4) ↑x3↑(x2↑x2)↑x1) ((x4↑x4) ↑x3↑(x2↑x2)↑(x1↑x1))*

***Представлення фукції f4 в канонічній формі алгебри Жегалкіна***

*Алгебра Жегалкіна {ВИКЛЮЧНЕ АБО, І, const 1}. Одержуємо з ДДНФ наступним способом:*

* *Замінюємо знак операції АБО між термами на ВИКЛЮЧНЕ АБО*
* *Кожний аргумент з запереченням замінюється на його сумму по*

*модулю 2 з одиницею згідно з аксіомою x = x ⊕ 1*

* *Розкриваємо дужки і спрощуємо вираз шляхом видалення парних термів за аксіомами x ⊕ x = 0, x ⊕ 0 = x.*

*f4дднф = () v () v () v () v () v*

*v () v () v () v () =*

*= ((x4⊕1)(x3⊕1)(x2⊕1)x1) ⊕ ((x4⊕1)(x3⊕1)x2(x1⊕1)) ⊕ ((x4⊕1)(x3⊕1)x2x1) ⊕*

*⊕ (x4(x3⊕1)(x2⊕1)(x1⊕1)) ⊕ (x4(x3⊕1)(x2⊕1)x1) ⊕ (x4x3(x2⊕1)(x1⊕1)) ⊕*

*⊕ (x4x3(x2⊕1)x1) ⊕ (x4x3x2(x1⊕1)) ⊕ (x4x3x2x1) =*

*= ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~2~~x~~1 ⊕ x3x2x1 ⊕ ~~x~~4~~x~~1 ⊕ x3x1 ⊕ ~~x~~2~~x~~1 ⊕ x1 ⊕*

*⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2 ⊕ ~~x~~4~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~2 ⊕ x3x2 ⊕ ~~x~~2~~x~~1 ⊕ x2 ⊕*

*⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ x2x1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~2~~x~~1 ⊕*

*⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~2⊕ ~~x~~4~~x~~3⊕ x4 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ x4x2x1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕*

*⊕ x4x1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~1 ⊕*

*⊕ ~~x~~4~~x~~3~~x~~2~~x~~1 ⊕ x4x3x2 ⊕ x4x3x2x1 =*

*= x4x3x2x1 ⊕ x4x2x1 ⊕ x3x2x1 ⊕ x4x3x2 ⊕ x4x1 ⊕ x3x1 ⊕ x3x2 ⊕*

*⊕ x2x1 ⊕ x1 ⊕ x4 ⊕ x2*

***Визначення належності функції f4 до п’яти чудових класів***

*К0 ─ включає всі функції, які зберігають 0*

*К1 ─ включає всі функції, які зберігають 1*

*К2 ─ включає всі самодвоїсті функції*

*К3 ─ включає всі лінійні функції*

*К4 ─ включає всі функції, які монотонні*

*Належність функції*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Класи* | *К0* | *К1* | *К2* | *К3* | *К4* |
| *f4* | *+* | *+* | *-* | *-* | *-* |

***Мінімізація функції f4 методом невизначених коефіцієнтів***

*Ідея цього методу полягає у відшуканні ненульових коефіцієнтів при кожнійімпліканті. Метод віконується у декілька етапів:*

*1. Рівняння для знаходження коефіцієнтів представляється у вигляді таблиці (таблиця 4.4).*

*2. Виконується вікреслення нульових рядків.*

*3. Викреслюються вже знайдені нульові коефіцієнти на залишившихся рядках.*

*4. Імпліканти, що залишилися, поглинaють імпліканти справа від них.*

*Таблиця коефіцієнтів*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *f4* | *x4* | *x3* | *x2* | *x1* | *x4x3* | *x4x2* | *x4x1* | *x3x2* | *x3x1* | *x2x1* | *x4x3x2* | *x4x3x1* | *x4x2x1* | *x3x2x1* | *x4x3x2x1* |
| *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *00* | *00* | *00* | *00* | *00* | *00* | *000* | *000* | *000* | *000* | *0000* |
| *1* | *0* | *0* | *0* | *1* | *00* | *00* | *01* | *00* | *01* | *01* | *000* | *001* | *001* | *001* | *0001* |
| *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *00* | *01* | *00* | *01* | *00* | *10* | *001* | *000* | *010* | *010* | *0010* |
| *1* | *0* | *0* | *1* | *1* | *00* | *01* | *01* | *01* | *01* | *11* | *001* | *001* | *011* | *011* | *0011* |
| *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *01* | *00* | *00* | *10* | *10* | *00* | *010* | *010* | *000* | *100* | *0100* |
| *0* | *0* | *1* | *0* | *1* | *01* | *00* | *01* | *10* | *11* | *01* | *010* | *011* | *001* | *101* | *0101* |
| *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *01* | *01* | *00* | *11* | *10* | *10* | *011* | *010* | *010* | *110* | *0110* |
| *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *01* | *01* | *01* | *11* | *11* | *11* | *011* | *011* | *011* | *111* | *0111* |
| *1* | *1* | *0* | *0* | *0* | *10* | *10* | *10* | *00* | *00* | *00* | *100* | *100* | *100* | *000* | *1000* |
| *1* | *1* | *0* | *0* | *1* | *10* | *10* | *11* | *00* | *01* | *01* | *100* | *101* | *101* | *001* | *1001* |
| *0* | *1* | *0* | *1* | *0* | *10* | *11* | *10* | *01* | *00* | *10* | *101* | *100* | *110* | *010* | *1010* |
| *0* | *1* | *0* | *1* | *1* | *10* | *11* | *11* | *01* | *01* | *11* | *101* | *101* | *111* | *011* | *1011* |
| *1* | *1* | *1* | *0* | *0* | *11* | *10* | *10* | *10* | *10* | *00* | *110* | *110* | *100* | *100* | *1100* |
| *1* | *1* | *1* | *0* | *1* | *11* | *10* | *11* | *10* | *11* | *01* | *110* | *111* | *101* | *101* | *1101* |
| *1* | *1* | *1* | *1* | *0* | *11* | *11* | *10* | *11* | *10* | *10* | *111* | *110* | *110* | *110* | *1110* |
| *1* | *1* | *1* | *1* | *1* | *11* | *11* | *11* | *11* | *11* | *11* | *111* | *111* | *111* | *111* | *1111* |

*В ядро функції входять ті терми, без яких неможливо покрити хоча б одну*

*імпліканту.*

*Ядро =* *vvv*

*В МДНФ входять всі терми ядра, а також ті терми, що забезпечують*

*покриття всієї функції з мінімальною ціною*

*f4мднф =* *vvv*

***Мінімізація функції f4 методом Квайна-Мак-Класкі***

*Виходячи з таблиці істинності функції f4,запишемо стовпчик ДДНФ, розподіливши терми за кількістю одиниць. Проведемо попарне склеювання між сусідніми группами та виконаємо поглинання термів (таблиця 4.5).*

*Таблиця склеювань та поглинань*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *K0* | *K1* | *K2* |
| *0001* | *00X1* | *1Х0Х* |
| *0010* | *001Х* | *1X0X* |
| *1000* | *100X* | *11ХХ* |
| *0011* | *1X00* | *11ХХ* |
| *1001* | *1Х01* |  |
| *1100* | *110Х* |  |
| *1101* | *11Х0* |  |
| *1110* | *11Х1* |  |
| *1111* | *111Х* |  |

*Виходячи з таблиці склеювань і поглинань, побудуємо таблицю покриття*

*Таблиця покриття*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *f4* | *0001* | *0010* | *1000* | *0011* | *1001* | *1100* | *1101* | *1110* | *1111* |
| *00Х1* | *v* |  |  | *v* |  |  |  |  |  |
| *001Х* |  | *v* |  | *v* |  |  |  |  |  |
| *1Х0Х* |  |  | *v* |  | *v* | *v* | *v* |  |  |
| *11ХХ* |  |  |  |  |  | *v* | *v* | *v* | *v* |

*З таблиці покриття маємо:*

*Ядро =* *vvv*

*f4мднф =* *vvv*

***Мінімізація функції f4 методом діаграм Вейча***

*Метод діаграм Вейча - це графічний метод, призначений для ручної мінімізації. Його наочність зберігається за невеликої кількості аргументів. Кожна клітинка відповідає певній конституенті. Кожний прямокутник, що містить 2к елементів, відповідає імпліканті. Прямокутник максимального розміру відповідає простій імпліканті (рисунок).*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *X3* | |  | |  |
| *X4* | *1* | *1* | *1* | *1* |  |
| *1* | *1* | *0* | *0* | *X2* |
|  | *0* | *1* | *1* | *0* |
| *0* | *0* | *1* | *0* |  |
|  | *X1* | |  |

*Рисунок Діаграма Вейча*

*З діаграми Вейча бачимо:*

*f4мднф =* *vvv*

***Одержання операторних форм для реалізації на ПЛМ***

*На ПЛМ можна реалізувати форми І/АБО, І/АБО-НЕ*

1. *Форма І/АБО:*

*f1мднф = vvvvv*

*f2мднф = vvv*

*f3мднф = vv*

1. *Форма І/АБО-НЕ:*

*=*

*=*

*=*

*З одержаних форм обираємо форму І/АБО-НЕ, тому що вона містить меншу кількість імплікант і тому реалізується на ПЛМ з меншою кількістю шин. Розглянемо усі імпліканти, що будуть реалізовуватись на шинах ПЛМ*

*P1 =*

*P2 = (*

*P3 = ()*

*P4 = )*

*P5 =*

*P6 = )*

*P7 =*

*P8 =*

*P9`= )*

*Маючи 4 змінні, 9 імплікант, 3 функції, робимо висновок, що необхідно використати ПЛМ(4,9,3). Представимо відповідні логічні схеми та карти програмування ПЛМ.*

*Карта програмування ПЛМ:*

*Карта програмування ПЛМ*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№ шини* | *Входи* | | | | *Виходи* | | |
| *x4* | *x3* | *x2* | *x1* | *f1* | *f2* | *f3* |
| *1* | *0* | *1* | *0* | *-* | *1* | *1* | *0* |
| *2* | *0* | *-* | *1* | *1* | *1* | *1* | *0* |
| *3* | *1* | *-* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* |
| *4* | *1* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *0* |
| *5* | *1* | *-* | *0* | *1* | *0* | *1* | *0* |
| *6* | *1* | *0* | *1* | *-* | *0* | *1* | *0* |
| *7* | *-* | *0* | *-* | *1* | *0* | *0* | *1* |
| *8* | *-* | *-* | *0* | *1* | *0* | *0* | *1* |
| *9* | *-* | *1* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* |

*Відповідно до карти програмування ПЛМ, будуємо мнемонічну схему*

*(рисунок 4.5)*

*f1*

*f2*

*f3*

*X1*

*X2*

*X3*

*X4*

*P1*

*P2*

*P3*

*P4*

*P5*

*P6*

*P7*

*P8*

*P9*

*Рисунок – Мнемонічна схема ПЛМ*